受験番号	

平成31年度大阪府・大阪市・堺市・豊能地区公立学校教員採用選考テスト

中学校　数学　解答用紙　（２枚のうち１）

（解答及び解答に至る過程はすべて，解答用紙に記入すること）

4

得点	

（１）

直線lが２点Ａ（5，14）とＢ（0，4）を通ることより，直線lの式は，

$y=2x+4$　・・・①　となる。

また，点Ａは中心の座標が（5，14）であり，かつ，y軸と接することより

半径が５であるから，方程式は $(x-5)^2+(y-14)^2=5^2$ ・・・②　と表される。

①・②を連立させて解くと，$x=5\pm\sqrt{5}$

点Ｅは，円Ａと直線lとの交点のうちx座標の小さい方であるから，$x=5-\sqrt{5}$

また，①より点Ｅのy座標は，$y=2(5-\sqrt{5})+4=14-2\sqrt{5}$

したがって，点Ｅの座標は，　$(5-\sqrt{5},14-2\sqrt{5})$

（２）

直線lと直線mが垂直に交わり，直線lの傾きが2　であることから，

直線mの傾きは，$-\dfrac{1}{2}$　である。

また，直線mは点Ａを通るので，直線mの式は

$y-14=-\dfrac{1}{2}(x-5)$　より $y=-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{33}{2}$ である。

これより，点Ｆのy座標は$\dfrac{33}{2}$である。

このとき，△FDAにおいて三平方の定理を用いると，

$\mathrm{DF}=\mathrm{OF}-\mathrm{OD}=\dfrac{33}{2}-14=\dfrac{5}{2}$　より，

$\mathrm{AF}^2=\mathrm{AD}^2+\mathrm{DF}^2=5^2+(\dfrac{5}{2})^2$

$\mathrm{AF}>0$ より，$\mathrm{AF}=\dfrac{5\sqrt{5}}{2}$

受験番号	

平成31年度大阪府・大阪市・堺市・豊能地区公立学校教員採用選考テスト

中学校　数学　解答用紙　（２枚のうち２）

（解答及び解答に至る過程はすべて，解答用紙に記入すること）

4　（続き）

（３）

△COB と△ADB において，

∠COB＝∠ADB＝90°，∠CBO＝∠ABD（対頂角）なので，

二組の角がそれぞれ等しいので，△COB ∽ △ADB・・・①

△ADB と△FAB において

∠ADB＝∠FAB＝90°，∠ABD＝∠FBA（共通）なので，

二組の角がそれぞれ等しいので，△ADB ∽ △FAB・・・②

①より，△COB と△ADB の相似比は，BO : BD＝4 : 10 ＝ 2 : 5

したがって，△COB : △ADB ＝2^2 : 5^2＝4 : 25（＝16 : 100）・・・③

②より，△ADB と△FAB の相似比は，AD : FA＝$5:\frac{5}{2}\sqrt{5}=2:\sqrt{5}$

したがって，△ADB : △FAB＝2^2 : ${\sqrt{5}}^2$＝4 : 5（＝100 : 125）・・・④

③・④より　△COB : △ADB : △FAB＝16 : 100 : 125

（４）

△IGQ と△IPA において

2 点 Q，P は，それぞれ円 G，A の接点であり，円の接線は半径と垂直であるので，

∠IQG＝∠IPA＝90°・・・㋐

また，∠GIQ＝∠AIP（共通）・・・㋑

㋐・㋑より，二組の角がそれぞれ等しいので，△IGQ ∽ △IAP となり，

対応する辺の長さの比は等しいので，IG : IA＝GQ : AP ・・・①

また，直線l に $y=0$ を代入すると $x=-2$ より，C（−2，0）となる。

ここで，直角三角形 OBC は円 G に内接しているので，線分 BC は円 G の直径である。

点 G は直径 BC の中点であるから，

$$\mathrm{BG}=\frac{1}{2}\mathrm{BC}=\frac{1}{2}\sqrt{(-2-0)^2+(0-4)^2}=\sqrt{5}$$

したがって，円 G の半径は$\sqrt{5}$なので，　GQ＝$\sqrt{5}$　・・・②

さらに，円 A の半径は5 より，AP＝5　・・・③

①・②・③より，IG : IA＝$\sqrt{5}$: 5