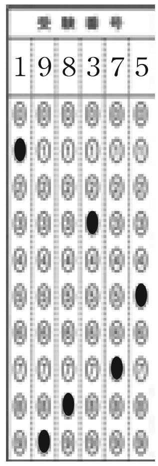
平成31年度大阪府・大阪市・堺市・豊能地区公立学校教員採用選考テスト

中学校　数学

マーク式解答用紙
受験番号記入例　※1



解答についての注意点

1　解答用紙は，マーク式解答用紙と記述式解答用紙の 2 種類があります。

2　大問 $\boxed{1}$ ～大問 $\boxed{3}$ については，マーク式解答用紙に，
大問 $\boxed{4}$ については，記述式解答用紙に記入してください。

3　解答用紙が配付されたら，まずマーク式解答用紙に受験番号等を記入し，受験番号に対応する数字を，右の記入例に従って，鉛筆で黒くぬりつぶしてください。※1
記述式解答用紙は，全ての用紙の上部に受験番号のみを記入してください。※2

記述式解答用紙
受験番号記入例　※2

受験番号	198375

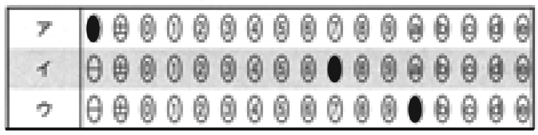
4　大問 $\boxed{1}$ ～大問 $\boxed{3}$ については，次のマーク式解答用紙への解答上の注意をよく読んで解答してください。

マーク式解答用紙への解答上の注意

（1）　解答は，マーク式解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしてください。間違ってマークしたときは，消しゴムできれいに消してください。

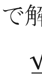
（2）　問題の文中の $\boxed{\text{ア}}$, $\boxed{\text{イウ}}$ などには，特に指示のないかぎり，符号（－，±），数字（0～9），又は文字（a～e）が入ります。**ア**，**イ**，**ウ**，…の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらをマーク式解答用紙の**ア**，**イ**，**ウ**，…で示された解答欄にマークしてください。

例　$\boxed{\text{アイウ}}$ に $-7a$ と答えたいとき



なお，同一の問題文中に $\boxed{\text{ア}}$, $\boxed{\text{イウ}}$ などが2度以上現れる場合，2度目以降は，$\boxed{\text{ア}}$, $\boxed{\text{イウ}}$ のように細字で表記します。

（3）　分数の形で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけません。
例えば，$\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として答えてください。
また，それ以上約分できない形で答えてください。
例えば，$\dfrac{3}{4}$，$\dfrac{2a+1}{3}$ と答えるところを，$\dfrac{6}{8}$，$\dfrac{4a+2}{6}$ のように答えてはいけません。

（4）　小数の形で解答する場合，指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えてください。また，必要に応じて，指定された桁まで  にマークをしてください。
例えば，$\boxed{\text{キ}}$.$\boxed{\text{クケ}}$ に 2.9 と答えたいときは，2.90 として答えてください。

（5）　根号を含む形で解答する場合，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えてください。
例えば，$4\sqrt{2}$，$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$，$6\sqrt{2a}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$，$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$，$3\sqrt{8a}$ のように答えてはいけません。

（6）　比の形で解答する場合，最も簡単な整数比で答えてください。
例えば，1：3 と答えるところを，2：6 のように答えてはいけません。

5　その他，係員が注意したことをよく守ってください。

指示があるまで中をあけてはいけません。

$\boxed{1}$

x についての 3 次関数 $f(x) = x^3 + x^2 - x + 2$ について考える。

(1) 関数 $f(x)$ は $x = \boxed{アイ}$ のとき，極大値 $\boxed{ウ}$ をとり，$x = \dfrac{\boxed{エ}}{\boxed{オ}}$ のとき，

極小値 $\dfrac{\boxed{カキ}}{\boxed{クケ}}$ をとる。また，関数 $f(x)$ の変曲点の x 座標は $\dfrac{\boxed{コサ}}{\boxed{シ}}$ である。

(2) $y = f(x)$ の $x = 1$ における接線 l の方程式は $y = \boxed{ス}\,x - \boxed{セ}$

であり，$y = f(x)$ は $x = \dfrac{\boxed{ソタ}}{\boxed{チ}}$ において，接線 l と平行なもう一つの接線 m をもつ。

また，接線 l と $y = f(x)$ の共有点の x 座標は $\boxed{ツテ}$ と $\boxed{ト}$ であり，($\boxed{ツテ} < \boxed{ト}$ とする。)

接線 l と $y = f(x)$ で囲まれた部分の面積 S_1 は $\dfrac{\boxed{ナニ}}{\boxed{ヌ}}$ である。

さらに，$y = 3$ と $y = f(x)$ で囲まれた部分の面積を S_2 とおくと

$S_1 : S_2 = \boxed{ネノ} : \boxed{ハ}$ である。

$\boxed{2}$

(1)　x についての整式 $x^2 - 12x - 864$ を因数分解すると，$(x + \boxed{アイ})(x - \boxed{ウエ})$ である。

(2)　$\tan\theta = 2$ のとき，$\left(\dfrac{\cos\theta}{1+\sin\theta} + \dfrac{1+\sin\theta}{\cos\theta}\right)^2 = \boxed{オカ}$ である。

(3) 1 から 100 までの 100 個の整数の中から相異なる 3 個の整数 a，b，c を選ぶとき，$a + 2b + c$ が偶数となる確率は $\dfrac{\boxed{キク}}{\boxed{ケコ}}$ である。ただし，どの整数を選ぶことも同様に確からしいものとする。

(4) 二進法で表すと 5 桁になり，五進法で表すと 2 桁になる自然数は全部で $\boxed{サ}$ 個ある。

また，それらの自然数を十進法で表したとき，それらの総和は $\boxed{シスセ}$ となる。

(5) 整式 $\mathrm{P}(x)$ を $x-3$ で割ると余りが -100，$x+5$ で割ると余りが 36 である。このとき，整式 $\mathrm{P}(x)$ を $x^2+2x-15$ で割った余りは $\boxed{ソタチ}\,x-\boxed{ツテ}$ である。

(6) 2つの直線 $y=3x+1$ と $y=-\dfrac{1}{3}x+2$ のなす角の二等分線のうち，傾きが正である直線の方程式は $y=\dfrac{\boxed{ト}}{\boxed{ナ}}x+\dfrac{\boxed{ニ}}{\boxed{ヌ}}$ である。

(7) $b>0$ かつ $a<b<c$ を満たす3つの実数 a，b，c に対して，数列 a，b，c がこの順で等差数列をなし，数列 a^2，b^2，c^2 がこの順で等比数列をなすとき，等比数列 a^2，b^2，c^2 の公比は $\boxed{ネ}+\boxed{ノ}\sqrt{\boxed{ハ}}$ である。

(8) 平面図形に関する下の3つの文章について，次の $\boxed{ヒ}$，$\boxed{フ}$，$\boxed{ヘ}$ にあてはまるものを下の **1** ～ **4** のうちから一つずつ選べ。

ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

・△ABC が正三角形であることは△ABC の内心と重心が一致するための $\boxed{ヒ}$ 。

・四角形 ABCD について，四角形 ABCD が正方形であることは AB = BC = CD = DA であるための $\boxed{フ}$ 。

・n 角形 P について，P のすべての内角それぞれが 180° 未満であることは $n=4$ であるための $\boxed{ヘ}$ 。

1 必要条件であるが十分条件ではない

2 十分条件であるが必要条件ではない

3 必要十分条件である

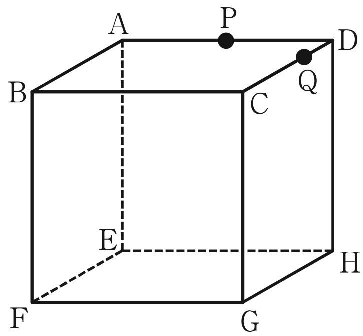
4 必要条件でも十分条件でもない

3

右図のように，1辺が8 cmの立方体ABCD－EFGHがある。Pは辺ADの中点であり，Qは辺CD上を毎秒1 cmの速さでDからCまで動く点である。

今，QがDを出発してt秒が経過した。

このとき，以下の問いに答えよ。



〔Ⅰ〕$0 \leqq t \leqq 8$ のとき，次の条件にあてはまるtを求めよ。

(1) △PDQの周の長さが20 cmとなるのは，$t = \dfrac{\boxed{アイ}}{\boxed{ウ}}$ である。

(2) PQ + QGの値が最小となるのは，$t = \dfrac{\boxed{エ}}{\boxed{オ}}$ である。

(3) △PDQ と △QCGの面積が等しくなるのは，$t = \dfrac{\boxed{カキ}}{\boxed{ク}}$ である。

〔Ⅱ〕$t = 4$ のとき，次の問いに答えよ。

(4) 線分PQの長さは，$\boxed{ケ}\sqrt{\boxed{コ}}$ cmであり，線分QGの長さは，$\boxed{サ}\sqrt{\boxed{シ}}$ cmである。

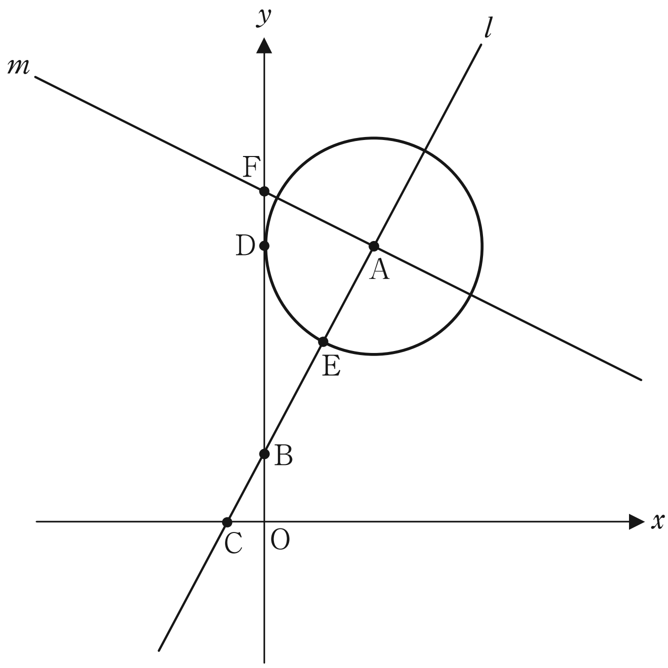
(5) 4点P，Q，G，Eを通る平面Rで立方体ABCD－EFGHを切るとき，切り口の面積は$\boxed{スセ}$ cm^{2}である。

(6) 辺DHを延長した直線が（5）の平面Rと交わる点をSとする。
このとき，三角すいS－DPQの体積は，$\dfrac{\boxed{ソタ}}{\boxed{チ}}$ cm^{3}である。

(7) （5）の平面Rで立方体ABCD－EFGHを切ってできる2つの立体のうち，点Bを含む立体の体積をS_1，点Hを含む立体の体積をS_2とするとき，
$S_1 : S_2 = \boxed{ツテ} : \boxed{ト}$ である。

4

右図において，直線 l は点 A（5, 14）と点 B（0, 4）の 2 点を通る直線であり，直線 l と x 軸との交点を C とする。
円 A は y 軸に接する円であり，y 軸との接点を D とする。円 A と直線 l との交点のうち，x 座標の小さい方の交点を E とする。
直線 m は点 A で直線 l と垂直に交わる直線であり，直線 m と y 軸との交点を F とする。



(1) 点 E の座標を求めよ。

(2) 線分 AF の長さを求めよ。

(3) 面積比 △COB：△ADB：△FAB を最も簡単な整数比で表せ。

(4) 下の図において，円 G は 3 点 O，B，C を通る円であり，直線 n は円 A と円 G との共通接線の 1 つであり，点 P，点 Q はそれぞれ，直線 n と円 A，円 G との接点である。直線 n と直線 l との交点を I とするとき，IG：IA = $\sqrt{5}$：5 となることを証明せよ。