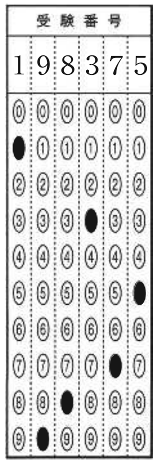
2020年度大阪府・大阪市公立学校教員採用選考テスト

高等学校　数学

マーク式解答用紙
受験番号記入例　※1



記述式解答用紙
受験番号記入例　※2

受験番号	1 9 8 3 7 5

解答についての注意点

1　解答用紙は，マーク式解答用紙と記述式解答用紙の２種類があります。

2　大問$\boxed{1}$，大問$\boxed{2}$については，マーク式解答用紙に，
大問$\boxed{3}$，大問$\boxed{4}$については，記述式解答用紙に記入してください。

3　解答用紙が配付されたら，まずマーク式解答用紙に受験番号等を記入し，受験番号に対応する数字を，右の記入例に従って，鉛筆で黒くぬりつぶしてください。※1
記述式解答用紙は，全ての用紙の上部に受験番号のみを記入してください。※2

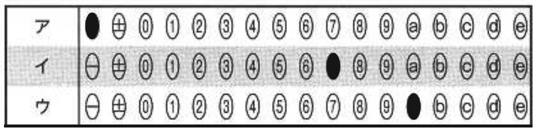
4　大問$\boxed{1}$，大問$\boxed{2}$については，次のマーク式解答用紙への解答上の注意をよく読んで解答してください。

マーク式解答用紙への解答上の注意

（1）　解答は，マーク式解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしてください。間違ってマークしたときは，消しゴムできれいに消してください。

（2）　問題の文中の$\boxed{ア}$，$\boxed{イウ}$などには，特に指示のないかぎり，符号（－，±），数字（0～9）または文字（a～e）が入ります。ア，イ，ウ，…の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらをマーク式解答用紙のア，イ，ウ，…で示された解答欄にマークしてください。

例　$\boxed{アイウ}$に $-7a$ と答えたいとき



なお，同一の問題文中に$\boxed{ア}$，$\boxed{イウ}$などが２度以上現れる場合，２度目以降は，$\boxed{ア}$，$\boxed{イウ}$のように細字で表記します。

（3）　分数の形で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけません。

例えば，$\dfrac{\boxed{エオ}}{\boxed{カ}}$に$-\dfrac{4}{5}$と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$として答えてください。

また，それ以上約分できない形で答えてください。

例えば，$\dfrac{3}{4}$，$\dfrac{2a+1}{3}$と答えるところを，$\dfrac{6}{8}$，$\dfrac{4a+2}{6}$のように答えてはいけません。

（4）　小数の形で解答する場合，指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えてください。

また，必要に応じて，指定された桁まで⓪にマークをしてください。

例えば，$\boxed{キ}.\boxed{クケ}$に2.9と答えたいときは，2.90として答えてください。

（5）　根号を含む形で解答する場合，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えてください。

例えば，$4\sqrt{2}$，$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$，$6\sqrt{2a}$と答えるところを，$2\sqrt{8}$，$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$，$3\sqrt{8a}$のように答えてはいけません。

（6）　比の形で解答する場合，最も簡単な整数比で答えてください。

例えば，1：3と答えるところを，2：6のように答えてはいけません。

5　その他，係員が注意したことをよく守ってください。

指示があるまで中をあけてはいけません。

$\boxed{1}$

〔1〕次の確率をそれぞれ求めよ。ただし，さいころは1から6までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

(1) 2個のさいころを同時に投げるとき，出た目の積が偶数になる確率は $\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ である。

(2) 2個のさいころを同時に投げるとき，出た目の積が6の倍数になる確率は $\dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エオ}}$ である。

(3) 3個のさいころを同時に投げるとき，出た目の積が偶数になる確率は $\dfrac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}}$ である。

(4) 3個のさいころを同時に投げるとき，出た目の積が6の倍数になる確率は $\dfrac{\boxed{クケコ}}{\boxed{サシス}}$ である。

(5) 3個のさいころを同時に投げるとき，出た目の和が9になる確率は $\dfrac{\boxed{セソ}}{\boxed{タチツ}}$ である。

〔2〕座標空間上に，3点A$(-4, 0, 1)$，B$(2, 2, 1)$，C$(0, 0, -1)$と3点A，B，Cからの距離が等しい動点P(X, Y, Z)が与えられている。このとき，動点P(X, Y, Z)について，Y，Zをそれぞれ X を用いて表すと $Y = \boxed{テト}X - \boxed{ナ}$，$Z = \boxed{ニ}X + \boxed{ヌ}$ であり，3点A，B，Cによって定まる平面の方程式は $x - \boxed{ネ}y + \boxed{ノ}z + \boxed{ハ} = 0$ である。動点Pが3点A，B，Cに最も近づくとき，点Pの x 座標は $\dfrac{\boxed{ヒフ}}{\boxed{ヘ}}$ である。

$\boxed{2}$

(1) $\sqrt{44-\sqrt{1680}}$ の二重根号をはずすと，$\sqrt{\boxed{アイ}}-\sqrt{\boxed{ウエ}}$ になる。

(2) 一辺の長さ a の正四面体 ABCD があり，辺 CD の中点を M とする。△ABM の外接円の半径は $\dfrac{\boxed{オ}\sqrt{\boxed{カ}}}{\boxed{キ}}a$ であり，内接円の半径は $\dfrac{\sqrt{\boxed{ク}}-\sqrt{\boxed{ケ}}}{\boxed{コ}}a$ である。

(3) 100 人のテストの得点データをみると，30 人が 0 点，60 人が 50 点，10 人が 100 点であった。100 人のテストの得点の平均値は $\boxed{サシ}$ であり，標準偏差は $\boxed{スセ}$ である。

(4) $\dfrac{2231}{7081}$ を既約分数にすると，$\dfrac{\boxed{ソタ}}{\boxed{チツ}}$ になる。

(5) α は x の 2 次方程式 $x^2-x+1=0$ の解の 1 つで，α の虚部は正である。このとき，$(1+\alpha+\alpha^2+\alpha^3+\alpha^4+\cdots+\alpha^{824})^2$ の値は $\boxed{テト}+\boxed{ナ}\sqrt{\boxed{ニ}}\,i$ である。

(6) 3^{90} の一の位の数は $\boxed{ヌ}$ であり，3^{90} の最高位の数は $\boxed{ネ}$ である。ただし，$\log_{10}2=0.3010$, $\log_{10}3=0.4771$ とする。

(7) 1 から 200 までの整数のうち，初項が 1，公差が 4 の等差数列に現れる数の集合を A，初項が 9，公差が 6 の等差数列に現れる数の集合を B とする。共通部分 $A\cap B$ に属する要素の個数は $\boxed{ノハ}$ 個であり，$A\cap B$ に属する要素のうち最大のものは $\boxed{ヒフヘ}$ である。

$\boxed{3}$

〔1〕a を正の定数とする。放物線 C : $y = x^2$ 上の点 A(a, a^2) における接線を l_a，点 A を通り y 軸と平行な直線を m_a，直線 l_a に関して直線 m_a と対称な直線を n_a とする。

(1) 直線 n_a は a の値によらずある定点を通ることを示し，その定点の座標を求めよ。

(2) 放物線 C と直線 n_a によって囲まれる部分の面積が最小となる a の値を求めよ。

〔2〕3 辺の長さが a，b，c である三角形の面積 S は $s = \dfrac{a+b+c}{2}$ を用いると

$S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ で表されることを証明せよ。

4 無限級数に関する次の問いに答えよ。

(1) 無限級数 $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n+\cdots$ の和 S が存在するとき，$\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ が成り立つことを示せ。

(2) $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ であるとき，無限級数 $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n+\cdots$ の和はつねに存在するか。つねに和が存在するならばそれを示せ。つねに和が存在するとは限らないならば反例をあげ，それが反例となっていることを示せ。

(3) 次の無限級数について，和が存在するときにはその和を求めよ。また，和が存在しないときには，和が存在しないことを示せ。

$$1-\frac{2}{3!}+\frac{2}{3!}-\frac{4}{5!}+\frac{4}{5!}-\frac{6}{7!}+\frac{6}{7!}-\frac{8}{9!}+\frac{8}{9!}-\cdots-\frac{2n}{(2n+1)!}+\frac{2n}{(2n+1)!}-\cdots$$

【計算用紙】

（必要に応じて使用すること）