令和６年度大阪府・大阪市・堺市・豊能地区公立学校教員採用選考テスト

中学校　数学

解答についての注意点

１　解答用紙は、マーク式解答用紙と記述式解答用紙の２種類があります。

２　大問 I ～大問 3 については、マーク式解答用紙に、
大問 4 については、記述式解答用紙に記入してください。

３　解答用紙が配付されたら、まずマーク式解答用紙に受験番号等を記入し、受験番号に対応する数字を、右の記入例に従って、鉛筆で黒くぬりつぶしてください。※1
記述式解答用紙は、全ての用紙の上部に受験番号のみを記入してください。※2

４　大問 I ～大問 3 については、次のマーク式解答用紙への解答上の注意をよく読んで解答してください。

マーク式解答用紙
受験番号記入例　※1

記述式解答用紙
受験番号記入例　※2

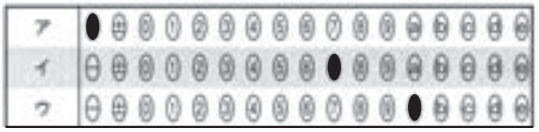
受験番号	１９８３７５

マーク式解答用紙への解答上の注意

（１）　解答は、マーク式解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしてください。間違ってマークしたときは、消しゴムできれいに消してください。

（２）　問題の文中の ア 、 イウ などには、特に指示のないかぎり、符号（−、±）、数字（0 ～ 9）、又は文字（a ～ e）が入ります。ア、イ、ウ、…の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応します。それらをマーク式解答用紙のア、イ、ウ、…で示された解答欄にマークしてください。

例　 アイウ に $-7a$ と答えたいとき



なお、同一の問題文中に ア 、 イウ などが２度以上現れる場合、２度目以降は、 ア 、 イウ のように細枠で表記します。

（３）　分数の形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけません。

例えば、$\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは、$\dfrac{-4}{5}$ として答えてください。

また、それ以上約分できない形で答えてください。

例えば、$\dfrac{3}{4}$ 、$\dfrac{2a+1}{3}$ と答えるところを、$\dfrac{6}{8}$ 、$\dfrac{4a+2}{6}$ のように答えてはいけません。

（４）　小数の形で解答する場合、指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えてください。

また、必要に応じて、指定された桁まで 0 にマークしてください。

例えば、 キ . クケ に 2.9 と答えたいときは、2.90 として答えてください。

（５）　根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えてください。

例えば、$4\sqrt{2}$ 、$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$ 、$6\sqrt{2a}$ と答えるところを、$2\sqrt{8}$ 、$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$ 、$3\sqrt{8a}$ のように答えてはいけません。

（６）　比の形で解答する場合、最も簡単な整数比で答えてください。

例えば、1 : 3 と答えるところを、2 : 6 のように答えてはいけません。

５　その他、係員が注意したことをよく守ってください。

指示があるまで中をあけてはいけません。

I

（1）AB＝5，BC＝6，∠ABC＝60° の△ABC において，

辺 BC の 3 等分点を B に近い方から D，E とおく。

（ア）AD＝$\sqrt{\boxed{アイ}}$ であり，△ABD の外接円の半径は，$\frac{\sqrt{\boxed{ウエ}}}{\boxed{オ}}$ である。

（イ）△ ABC の辺 AC を 2：3 に内分する点を P とおき，線分 BP と線分 AD の交点を Q，

線分 BP と線分 AE の交点を R とおくと，AR＝$\frac{\sqrt{\boxed{カキ}}}{\boxed{ク}}$ であり，

BQ：QR：RP＝ $\boxed{ケコ}$ ： $\boxed{サ}$ ： $\boxed{シ}$ である。

（2）3 点 A（1，1），B（−3，−7），C（5，−1）がある。

このとき，AB，BC の垂直二等分線の方程式は，

それぞれ $y=-\frac{\boxed{ス}}{\boxed{セ}}x-\frac{\boxed{ソ}}{\boxed{タ}}$ ，$y=-\frac{\boxed{チ}}{\boxed{ツ}}x-\frac{\boxed{テ}}{\boxed{ト}}$ である。

よって，3 点 A，B，C を通る円 O の方程式は，

$(x-\boxed{ナ})^2+(y+\boxed{ニ})^2=\boxed{ヌネ}$ となる。

また，2 点 A，B における円 O の接線の交点を D とすると，

点 D の座標は（ $\boxed{ノハ}$ ， $\boxed{ヒ}$ ）であり，△ABD の面積は $\boxed{フヘ}$ である。

2

(1) 1 から 10 までの自然数が 1 つずつ書かれた 10 枚のカードがある。

2 枚のカードを同時に取り出すとき，取り出した 2 枚のカードの自然数の和が 5 の倍数となる確率は，$\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ である。

ただし，どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。

(2) a を定数とする。放物線 $y=-x^2+(a+2)x-a-4$ が x 軸と 2 点で交わり，かつ直線 $y=x+5$ と共有点をもたないような整数 a は，$\boxed{ウ}$ 個ある。

(3) $x+y+z=8$ $(x \geqq 0, y \geqq 0, z \geqq 0)$ を満たす整数 x，y，z の組 (x, y, z) は，全部で $\boxed{エオ}$ 組存在する。

(4) 自然数 n が n 回ずつ続く，次のような数列がある。

1，2，2，3，3，3，4，4，4，4，5，5，5，5，5，…

自然数 24 が初めて現れるのは第 $\boxed{カキク}$ 項で，第 2024 項は自然数 $\boxed{ケコ}$ である。

(5) a を定数とする。3 次方程式 $x^3-(a+6)x^2+(16+6a)x-16a=0$ の 1 つの解が $\sqrt{5}$ であるとき，a の値は $a=\sqrt{\boxed{サ}}$ であり，他の解は $x=\boxed{シ} \pm \sqrt{\boxed{ス}}\,i$ である。

(6) $x=4^{10}$，$y=9^3$，$z=5^2$ とするとき，xyz は $\boxed{セソ}$ 桁の整数である。

ただし，$\log_{10}2=0.3010$，$\log_{10}3=0.4771$ とする。

(7) 平面上に 3 点 O，A，B があり，OA＝7，OB＝8，AB＝9 となっている。

正の実数 t に対して，動点 P を $\overrightarrow{OP}=t\overrightarrow{OA}+\frac{1}{t}\overrightarrow{OB}$ となる点としたとき，$\overrightarrow{OA}$ と $\overrightarrow{OB}$ の内積は $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=\boxed{タチ}$ であり，線分 OP の長さの最小値は $\boxed{ツテ}$ である。

(8) 2 つの放物線 C_1 : $y = -x^2$, C_2 : $y = x^2 - 2x + 13$ がある。

放物線 C_1 , C_2 の共通接線 ℓ , m の方程式は,

それぞれ $y =$ [ト] $x +$ [ナ] , $y =$ [ニヌ] $x +$ [ネ] となる。

また, ℓ , m と C_1 で囲まれた部分の面積は $\dfrac{\boxed{ノハヒ}}{\boxed{フヘ}}$ である。

3

図Ⅰのように，2点A，Bは関数 $y=ax^2$（a は定数）のグラフ上の点であり，点Cは直線 $y=6$ と y 軸との交点である。点Aの座標は（3，3）で，点Bを中心とする円は直線 $y=6$ と y 軸に接し，点Bの x 座標は点Aの x 座標よりも大きいものとする。

（1）a の値は，$a=\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ である。

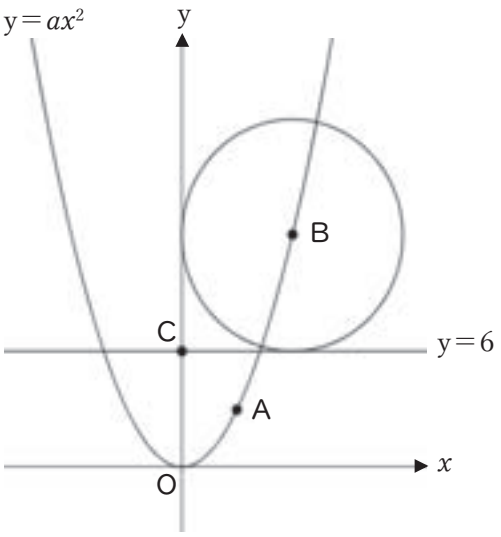
（2）点Bの座標は，（ $\boxed{ウ}$ ， $\boxed{エオ}$ ）である。

（3）直線ABの式は，$y=\boxed{カ}x-\boxed{キ}$ である。

（4）直線OBに平行で，点Aを通る直線の式は，

$y=\boxed{ク}x-\boxed{ケ}$ である。

（5）点Bを通り四角形OABCの面積を2等分する直線の式は，$y=\dfrac{\boxed{コ}}{\boxed{サ}}x+\dfrac{\boxed{シ}}{\boxed{ス}}$ である。



図Ⅰ

図2のように，図Ⅰに加えて新たにP（p，0）をとる。ただし，$p<0$ とする。

四角形OABCを y 軸の周りに1回転させたときにできる立体を V_1，△OPCを y 軸の周りに1回転させたときにできる立体を V_2 とする。

（6）円周率を π とすると，

V_1 の体積は $\boxed{セソタ}\pi$ である。

（7）V_1 と V_2 の体積比が1：2となるとき，

$p=\boxed{チツ}\sqrt{\boxed{テト}}$ である。

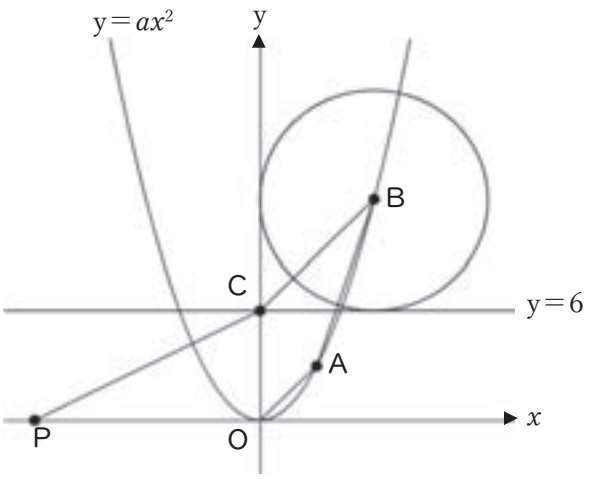


図2

4

図 I のように，線分 AB を直径とした円 O がある。

点 B における円 O の接線上に点 B とは異なる点 C

をとり，点 C から接線 BC と異なる接線をひき，

円 O との接点を D とする。

また，線分 OC と線分 BD との交点を E，

線分 OC と円 O との交点を F とする。

AB ＝ 8 cm ，CD ＝ 6 cm であるとき，次の問いに答えなさい。

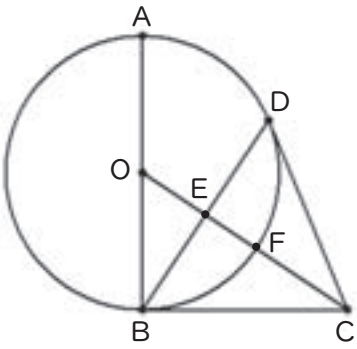


図 I

（I）線分 OC の長さを求めなさい。

（2）線分 BD の長さを求めなさい。

（3）△EBO ∽ △ECD を示しなさい。

（4）線分 EF の長さを求めなさい。

（5）図 2 のように，直線 BC と直線 OD の交点を G とするとき，

線分 GB の長さを求めなさい。

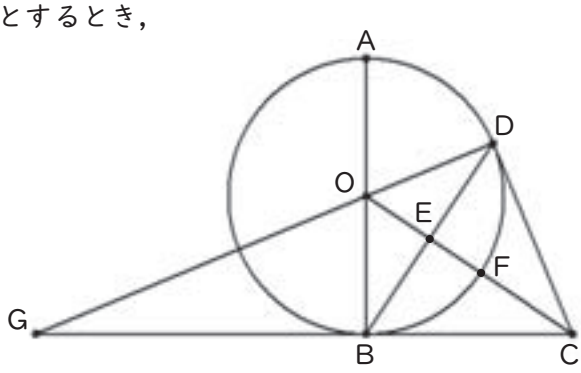


図 2