受験番号	

平成30年度大阪府・大阪市公立学校教員採用選考テスト

高等学校　数学　解答用紙　（２枚のうち１）

（解答及び解答に至る過程はすべて，解答用紙に記入すること）

4

得点	

（1）

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

ここで

$$\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=\frac{\cos(x+h)-\cos x}{h}=-\frac{2}{h}\sin\left(x+\frac{h}{2}\right)\sin\frac{h}{2}=-\frac{\sin\frac{h}{2}}{\frac{h}{2}}\sin\left(x+\frac{h}{2}\right)$$

ここで $\lim_{h\to 0}\left(\frac{\sin\frac{h}{2}}{\frac{h}{2}}\right)=1$ より

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\left(-\frac{\sin\frac{h}{2}}{\frac{h}{2}}\sin\left(x+\frac{h}{2}\right)\right)=-\sin x$$

／

受験番号	

平成30年度大阪府・大阪市公立学校教員採用選考テスト

高等学校　数学　解答用紙　（２枚のうち２）

（解答及び解答に至る過程はすべて，解答用紙に記入すること）

4　（続き）

（２）

$g(x)=x\cos x$ より，　$g'(x)=\cos x - x\sin x$

ここで，　$g'(x)$ は $0 \leqq x \leqq \frac{\pi}{2}$ で連続であり，$g'(0)=1>0$ かつ $g'(\frac{\pi}{2})=-\frac{\pi}{2}<0$

よって，中間値の定理より $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$ で $g'(\alpha)=0$ を満たす実数 α が存在する。

また $0<x<\frac{\pi}{2}$ のとき $g''(x)=-2\sin x - x\cos x<0$ より

$y=g'(x)$ は $0 \leqq x \leqq \frac{\pi}{2}$ で単調減少。

したがって，$g'(\alpha)=0$ を満たす実数 α は $0<x<\frac{\pi}{2}$ でただ一つ存在し，

$0 \leqq x<\alpha$ のとき $g'(x)>0$

$\alpha<x \leqq \frac{\pi}{2}$ のとき $g'(x)<0$

よって，$y=g(x)$ は $0 \leqq x \leqq \frac{\pi}{2}$ において，ただ一つの極大値をもつ。

（３）

$0 \leqq x \leqq \frac{\pi}{2}$ において $x \geqq 0$ かつ $\cos x \geqq 0$ より

$x\cos x \geqq 0$ ・・・①

求める面積を S とおくと，$y=|x\cos x|$ は偶関数であり，①より

$S=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}|x\cos x|dx=2\int_0^{\frac{\pi}{2}}|x\cos x|dx=2\int_0^{\frac{\pi}{2}}x\cos x dx$

$=2([x\sin x]_0^{\frac{\pi}{2}}-\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x dx)=2(\frac{\pi}{2}-1)=\pi-2$