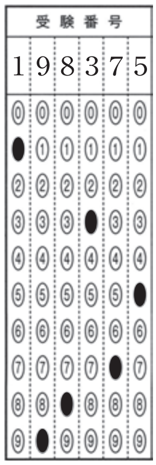
令和４年度大阪府・大阪市・堺市・豊能地区公立学校教員採用選考テスト

中学校　数学

解答についての注意点

マーク式解答用紙
受験番号記入例　※1



記述式解答用紙
受験番号記入例　※2

受験番号	1 9 8 3 7 5

1　解答用紙は，マーク式解答用紙と記述式解答用紙の２種類があります。

2　大問$\boxed{1}$～大問$\boxed{3}$については，マーク式解答用紙に，
大問$\boxed{4}$については，記述式解答用紙に記入してください。

3　解答用紙が配付されたら，まずマーク式解答用紙に受験番号等を記入し，受験番号に対応する数字を，右の記入例に従って，鉛筆で黒くぬりつぶしてください。※1
記述式解答用紙は，全ての用紙の上部に受験番号のみを記入してください。※2

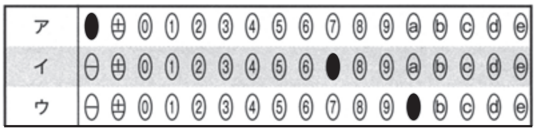
4　大問$\boxed{1}$～大問$\boxed{3}$については，次のマーク式解答用紙への解答上の注意をよく読んで解答してください。

マーク式解答用紙への解答上の注意

（1）　解答は，マーク式解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしてください。間違ってマークしたときは，消しゴムできれいに消してください。

（2）　問題の文中の$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$などには，特に指示のないかぎり，符号（－，±），数字（0 ～ 9），または文字（a ～ e）が入ります。ア，イ，ウ，…の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらをマーク式解答用紙のア，イ，ウ，…で示された解答欄にマークしてください。

例　$\boxed{\text{アイウ}}$に $-7a$ と答えたいとき



なお，同一の問題文中に$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$などが２度以上現れる場合，２度目以降は，$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$のように細枠で表記します。

（3）　分数の形で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけません。

例えば，$\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として答えてください。

また，それ以上約分できない形で答えてください。

例えば，$\dfrac{3}{4}$，$\dfrac{2a+1}{3}$ と答えるところを，$\dfrac{6}{8}$，$\dfrac{4a+2}{6}$ のように答えてはいけません。

（4）　小数の形で解答する場合，指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えてください。

また，必要に応じて，指定された桁まで⓪にマークしてください。

例えば，$\boxed{\text{キ}}$.$\boxed{\text{クケ}}$に 2.9 と答えたいときは，2.90 として答えてください。

（5）　根号を含む形で解答する場合，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えてください。

例えば，$4\sqrt{2}$，$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$，$6\sqrt{2a}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$，$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$，$3\sqrt{8a}$ のように答えてはいけません。

（6）　比の形で解答する場合，最も簡単な整数比で答えてください。

例えば，1：3 と答えるところを，2：6 のように答えてはいけません。

5　その他，係員が注意したことをよく守ってください。

指示があるまで中をあけてはいけません。

1　(1) $4x-3y=20\cdots$① を満たす整数 x，y について，$0 \leqq x+y \leqq 100$ を満たす整数 x，y の組の数を求める。

$x=\boxed{\text{ア}}$，$y=\boxed{\text{イ}}$ は①を満たしており，$4\times\boxed{\text{ア}}-3\times\boxed{\text{イ}}=20\cdots$②が成り立つ。

①と②より，$\boxed{\text{ウ}}\left(x-\boxed{\text{ア}}\right)=\boxed{\text{エ}}\,y$ と変形できる。k を整数とすると，

$$\begin{cases} x=\boxed{\text{オ}}\,k+\boxed{\text{カ}} \\ y=\boxed{\text{キ}}\,k \end{cases}$$

と表すことができる。よって，$0 \leqq x+y \leqq 100$ を満たす整数 x，y の組は $\boxed{\text{クケ}}$ 組ある。

(2) i を虚数単位とする。$z=-\dfrac{14}{3+\sqrt{5}\,i}$ のとき，$z^4+4z^3-20z-22$ の値を求める。

z を計算すると，$z=\boxed{\text{コサ}}+\sqrt{\boxed{\text{シ}}}\,i$ となる。

これを変形すると，$z^2+\boxed{\text{ス}}\,z+\boxed{\text{セソ}}=0$ となる。

また，$z^4+4z^3-20z-22$ を $z^2+\boxed{\text{ス}}\,z+\boxed{\text{セソ}}$ で割ったときの余りは，$\boxed{\text{タチ}}\,z+\boxed{\text{ツ}}$ となるので，$z^4+4z^3-20z-22=\boxed{\text{テトナ}}+\boxed{\text{ニヌ}}\sqrt{\boxed{\text{ネ}}}\,i$ である。

2　(1) 関数 $y = |x^2 - 4| - 2x$ （$-3 \leqq x \leqq 3$）は $x =$ $\boxed{\text{ア}}$ のとき，最小値 $\boxed{\text{イウ}}$ である。

(2) 6個の数字1，2，3，4，5，6のすべてを重なりなく使用してできる6桁の数を，小さい順に並べるとき，

(ア) 初めて300000以上になる数は小さい方から数えると $\boxed{\text{エオカ}}$ 番目である。

(イ) 小さい方から数えて300番目の数の一の位は $\boxed{\text{キ}}$ である。

(3) 点Oを中心とする円に内接する△ABCおいて，AB = 2，BC = 6，CA = 5であるとき，$\angle AOB = \alpha$ とおくと，$\cos\alpha = \dfrac{\boxed{\text{クケコ}}}{\boxed{\text{サシス}}}$ となる。ただし，$0 < \alpha < \pi$ とする。

(4) 実数 t が $0 \leqq t \leqq 4$ を動くとき，方程式 $x^2 + y^2 - 2tx - 2y + t^2 - 3 = 0$ が表す図形が通過する領域と，不等式 $y \leqq 0$ が表す領域との共通部分の面積は $\dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}\pi + \boxed{\text{タ}} - \sqrt{\boxed{\text{チ}}}$ である。

ただし，円周率を π とする。

(5) a，b は実数とする。初項 a，公比 b の等比数列において，初項から第4項までの和は -15 であり，初項から第8項までの和は -255 である。また，初項 a，公差 b の等差数列の初項から第4項までの和は0である。このとき，$a =$ $\boxed{\text{ツ}}$，$b =$ $\boxed{\text{テ}}$ である。

$\boxed{\text{ツ}}$ 及び $\boxed{\text{テ}}$ について，下の⓪～⑧のうちから当てはまるものを一つずつ選べ。

⓪ 0　　① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4

⑤ −1　　⑥ −2　　⑦ −3　　⑧ −4

(6) △OABにおいて，辺OAを5∶4に内分する点をC，辺OBを1∶7に内分する点をD，線分ADと線分BCとの交点をEとする。$\overrightarrow{OA} = \vec{a}$，$\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とすると，$\overrightarrow{OE} = \dfrac{\boxed{\text{トナ}}}{\boxed{\text{ニヌ}}}\vec{a} + \dfrac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノハ}}}\vec{b}$ と表すことができる。

(7) あるアクリル板を1枚通るたびに，光線はその強さを20％失う。

このアクリル板を $\boxed{\text{ヒフ}}$ 枚以上重ねると，これを通ってきた光線の強さがもとの強さの1％以下になる。$\log_{10} 2 = 0.3010$ として，$\boxed{\text{ヒフ}}$ に当てはまる最小の数値を答えよ。

(8) a を実数とする。3次方程式 $\dfrac{1}{3}x^3 - ax + a = 0$ が異なる3つの実数解を持つための必要十分条件は $a > \dfrac{\boxed{\text{ヘ}}}{\boxed{\text{ホ}}}$ である。

$\boxed{3}$ 図１のように，放物線 $l : y = x^2$ に直線 m が交わっており，その交点をそれぞれ A，B とする。また，直線 m と y 軸との交点を C とする。直線 m の傾きは１で，点 A の x 座標は -2 である。

(1) 直線 m の式は $y = x + \boxed{\text{ア}}$ である。

(2) 点Ｂの座標は（$\boxed{\text{イ}}$，$\boxed{\text{ウ}}$）である。

(3) 原点Ｏを通り△ＯＡＢの面積を二等分する直線の式は $y = \boxed{\text{エオ}}\, x$ である。

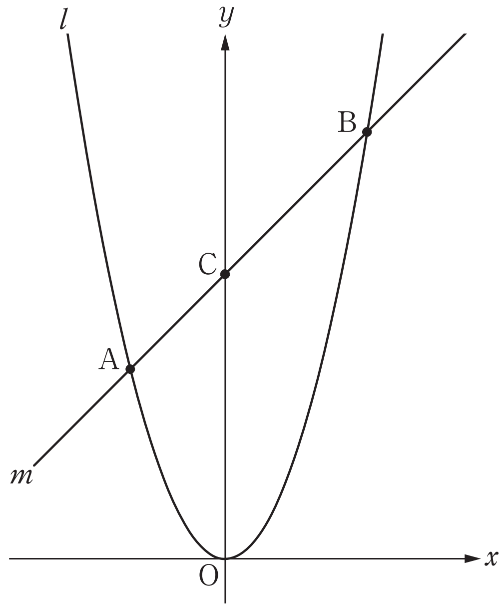


図１

図２のように，図１に加えて新たに直線 n を引く。直線 n と放物線 l との交点をそれぞれＤ，Ｅとし，直線 n と y 軸との交点をＦとする。直線 n の傾きは１で，点Ｅの x 座標は２である。

(4) 四角形ＡＤＥＢの面積は $\boxed{\text{カキ}}$ となる。

(5) 四角形ＡＤＦＣと四角形ＣＦＥＢの面積の比を，最も簡単な整数の比で表すと $\boxed{\text{ク}}$ ： $\boxed{\text{ケ}}$ となる。

(6) 原点Ｏを通り四角形ＡＤＥＢの面積を二等分する直線の式は $y = \boxed{\text{コ}}\, x$ である。

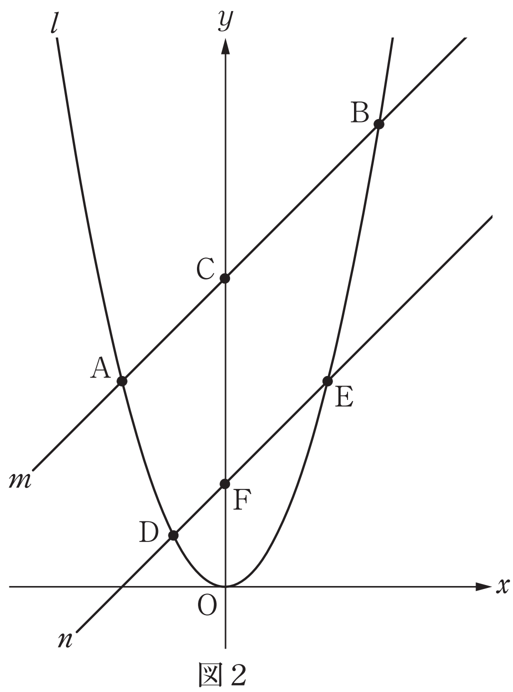
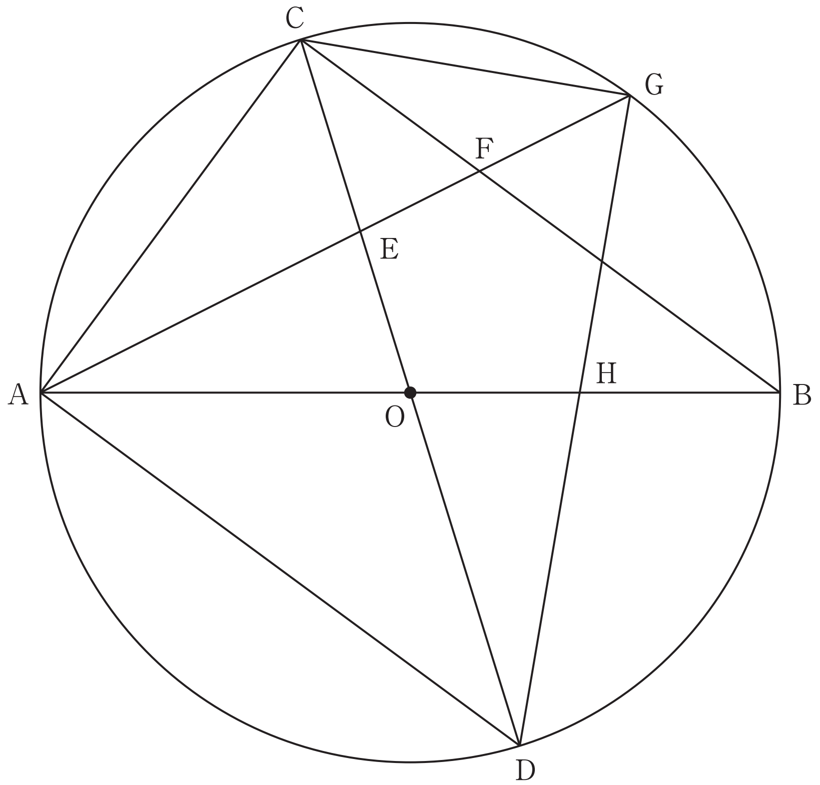


図２

4 線分 AB を直径とする円 O があり，点 O は円の中心である。円 O の円周上に点 C をとり，△ABC を作る。直線 CO と円 O との交点のうち C と異なる点を D とし，線分 AD を引く。∠CAB の二等分線と線分 CO，線分 BC，円 O との交点をそれぞれ E，F，G とし，線分 CG を引く。線分 DG と線分 AB との交点を H とする。



(1) △AOE ≡ △DOH であることを証明せよ。

(2) △ADH ∽ △GCE であることを証明せよ。

(3) AB = 10 cm，BC = 8 cm のとき，

（ア）線分 OE の長さを求めよ。

（イ）線分 AE と線分 EG の長さの比を，最も簡単な整数の比で表せ。

（ウ）△ADH と△GCE の面積の比を，最も簡単な整数の比で表せ。

【計算用紙】

（必要に応じて使用すること）